

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ВИБРАНИХ ЗАДАЧ ВИСОКОГО РІВНЯ СКЛАДНОСТІ В ОБСЯЗІ ПРОГРАМ І ЗМІСТУ ШКІЛЬНОГО КУРСУ ФІЗИКИ

Наталія Подопрігора

У статті порушено проблеми розв'язування задач високого рівня складності з електродинаміки за умов обмеження використання теоретичних основ рамками шкільного курсу фізики.

The problems of decision of tasks of high level of complication of electrodynamics are considered in the article, taking into account limitations of the use of theoretical bases, within the framework of school course of physics.

У процесі переорієнтації освіти в загальноосвітніх школах України і зокрема фізичної освіти з метою розвитку особистості кожного школяра у навчальний процес широко впроваджені різномірні завдання. Вже кілька років відбір задач до білетів для підсумкової державної атестації з фізики здійснюється за збірником різномірних завдань, виданим за редакцією І.М. Гельфгата, в якому завдання диференційовані за рівнями відповідно з «Критеріями оцінювання навчальних досягнень учнів» [2]. В посібнику наведена структура й форма завдань для письмового екзамену з фізики. Подібним чином вибудовано структуру екзаменаційних завдань для незалежного оцінювання, введеного як обов'язкове з нинішнього року в нашій державі. Відповідно зміст даного посібника набуває ваги для підготовки до незалежного тестування усіх випускників загальноосвітніх навчальних закладів. Визначено, що зміст завдань не виходить за рамки програм загальної середньої освіти. Разом з тим у посібнику зустрічаються задачі високого рівня складності, що викликають труднощі при розв'язуванні, не виходячи за рамки шкільних програм з фізики.

Такими є і задачі до розділу «Електромагнітні коливання» за номерами 12.54 і 12.55. В них фігурують коливальні контури з активним опором. Навчальними шкільними програмами не передбачено розв'язування таких задач з використанням коефіцієнту затухання. Навіть у пробному навчальному посібнику для 11-х класів природничо-наукового профілю [1] не наведено відповідного теоретичного матеріалу. Тож при розв'язуванні таких задач варто внести певні спрощення, нехтуючи окремими наслідками перебігу розглядуваних процесів, за яких забезпечується можливість виконання розв'язку задач з використанням теоретичних основ курсу фізики в рамках обсягу й змісту програм середньої школи.

Відповідний підхід здійснений у посібнику [3]. Наводимо зміст задач і варіанти розв'язків, запропонованих нами, і за посібником С. Піскунова.

Задача 12.55 в. Заряджений конденсатор ємністю 6 мкФ підєднали до котушки індуктивністю 60 мГн. Через п'ять періодів амплітуда коливань напруги в контурі становила 95% початкової напруги на конденсаторі. Який активний опір контуру?

Дано:
 $C = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$
 $L = 60 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$
 $t = 5T$
 $\frac{U(t+5T)}{U(t)} = 0,95$
 $R = ?$

Розв'язок 1:
 Для згасаючих коливань у контурі:
 $U(t) = U_0 e^{-\beta t}$, $\beta = \frac{R}{2L}$
 де, β – коефіцієнт затухання. За час, рівний п'яти періодам,
 $U(t+5T) = U_0 e^{-\beta(t+5T)}$.

Тоді:

$$\frac{U(t+5T)}{U(t)} = e^{-\beta 5T}$$

Враховуючи те, що

$$T \gg 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\ln \frac{U(t)}{U(t+5T)} = 5\beta T = 5\pi \frac{R}{2L} 2\pi\sqrt{LC} = 5\pi R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Отже:

$$R = \frac{\ln \frac{U(t)}{U(t+5T)}}{5\pi \sqrt{\frac{C}{L}}}; R = \frac{\ln \frac{1}{0,95}}{5\pi \cdot 14 \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{-6}}{60 \cdot 10^{-3}}}} \gg 0,31 \text{ Ом.}$$

Варто відмітити, що в наведеному варіанті використане лише спрощення до визначення періоду через використання формули Томсона для ідеального випадку

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

а не для реального випадку

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}},$$

що цілком допустимо у даному випадку, враховуючи параметри коливального контуру, дані умовою розглядуваної задачі. Але разом з тим під час розв'язку був використаний коефіцієнт затухання β , що практично спростовує відповідність такого варіанту змісту шкільного курсу фізики.

Враховуючи, що в задачі розглядаються коливання, які здійснюються протягом перших п'яти періодів, за який спад напруги становить лише 5%, варто використати спрощення до характеру такого спаду напруги, вважаючи його лінійним протягом такого малого проміжку часу. Таке спрощення можна внести або до умови задачі, або навести в процесі розв'язку. Але для розв'язання цієї задачі достатньо й теоретичних основ шкільного курсу фізики. Варіант розв'язку за умов наведеного спрощення має такий вигляд.

Розв'язок 2:

Зменшення амплітуди коливань напруги в контурі пов'язане із зменшенням енергії вільних електромагнітних коливань у коливальному контурі. У початковий момент часу повна енергія дорівнюватиме

$$W = \frac{CU_0^2}{2} \text{ або } W = \frac{LI_0^2}{2}.$$

За час τ , рівний п'яти періодам, для зменшення енергії вільних електромагнітних коливань можна записати:

$$\Delta W = \frac{CU_0^2}{2} - \frac{CU^2(t)}{2} = \frac{CU_0^2}{2} \left(1 - \frac{U(t)^2}{U_0^2} \right),$$

тому, порівнюючи напруги, отримуємо

$$\frac{\Delta W}{W} = 1 - \frac{U(t)^2}{U_0^2}. \quad (1)$$

Визначені втрати енергії за час τ на опорі R є тепловими, тому

$$\Delta W = I_{\text{д}}^2 R \tau,$$

де $I_{\text{д}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ – діюче значення змінного струму в контурі, а $\tau = 5T$. Оскільки умовою задачі передбачено, що спад напруги в коливальному контурі є незначною, лише 5% від початкової, тому можна використати формулу Томсона для розрахунку періоду таких коливань, тобто $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Тоді, порівнюючи струми, знаходимо відповідну втрату енергії:

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{I_{\text{д}}^2 R \tau}{\frac{LI_0^2}{2}} = \frac{\frac{I_0^2}{2} \cdot R \cdot 5 \cdot 2\pi \sqrt{LC}}{\frac{LI_0^2}{2}} = 10\pi R \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (2)$$

Порівнюючи формули (1) і (2), отримуємо

$$1 - \frac{U(t)^2}{U_0^2} = 10\pi R \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Отже, остаточно маємо

$$R = \frac{1 - \frac{U(t)^2}{U_0^2}}{10p \sqrt{\frac{C}{L}}} = \frac{1 - (0,95)^2}{10 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{-6}}{60 \cdot 10^{-3}}}} \gg 0,31 \text{ Ом.}$$

Результат розв'язку 2 повністю збігається за значенням (до сотих включно) для шуканого опору коливального контуру розвозку 1 і не потребує використання знань курсу загальної фізики відповідно до програм вищих навчальних закладів.

У розв'язку до задачі 12.54 в, наведеному у посібнику [3], окрім використання формули Томсона для періоду затухаючих коливань, використано ще й інший наближений розрахунок: $e^{-2\beta T} \gg 1 - 2\beta T$, що передбачає розклад функції $e^{-2\beta T}$ в ряд Тейлора за ступенями малості із урахуванням того, що $2\beta T \ll 1$. У курсі математики середньої школи такі методи наближених розрахунків не вивчають. Вважаємо, що точність результату наведеного нижче розв'язку 2 також є обґрунтовано прийнятною.

Задача 12.54 в. Заряджений конденсатор ємністю 1 мкФ під'єднали до котушки індуктивністю 40 мГн з активним опором 0,5 Ом. На скільки відсотків зменшується за кожний період енергія вільних електромагнітних коливань у цьому контурі? Вважайте втрати енергії за один період малими.

Дано:

$$C = 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$L = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$R = 0,5 \text{ Ом}$$

$$\frac{DW}{W} - ?$$

Розв'язок 1:

За один період електромагнітних коливань втрати енергії у коливальному контурі складатимуть:

$$\frac{DW}{W} = \frac{W(t) - W(t+T)}{W(t)} \cdot 100\%$$

Теплова втрата енергії відбувається на активному опорі і вільні коливання у контурі будуть затухаючими: $U(t) = U_{\max} e^{-\beta t}$, $\beta = \frac{R}{2L}$, β – коефіцієнт згасання.

З урахуванням затухання: $w = \sqrt{w_0^2 - b^2}$, а також того, що у початковий момент часу $t = 0$

$$W = \frac{CU^2}{2},$$

$$\text{отримаємо: } \frac{DW}{W} = \frac{U^2(t) - U^2(t+T)}{U^2(t)} \cdot 100\%$$

$$\frac{DW}{W} = 1 - \frac{U^2(t+T)}{U^2(t)} = 1 - \frac{U_{\max}^2 e^{-2\beta(t+T)}}{U_{\max}^2 e^{-2\beta t}} = 1 - e^{-2\beta T}$$

Для повільного затухання: $e^{-2\beta T} \gg 1 - 2\beta T$, тому: $\frac{DW}{W} \gg 1 - (1 - 2\beta T) = 2\beta T$.

$$\text{Період коливань у контурі дорівнює: } T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{\sqrt{w_0^2 - b^2}}.$$

Затухання коливань повільне. Тому $b \ll 1$, а $b^2 \approx 0$. Відтак

$$T \gg \frac{2\pi}{w_0} = 2\pi \sqrt{LC}.$$

$$\text{Отже, } \frac{DW}{W} = 2 \frac{R}{2L} 2\pi \sqrt{LC} = 2\pi R \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

$$\frac{DW}{W} = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \sqrt{\frac{10^{-6}}{40 \cdot 10^{-3}}} \cdot 100\% \gg 1,57\%.$$

Розв'язок 2:

Втрата енергії в контурі відбувається на активному опорі. Відповідно протягом одного періоду:

$$\Delta W = I_{\text{д}}^2 R \cdot t,$$

де $I_{\text{д}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ – діюче значення змінного струму в контурі, а $t = T$.

У початковий момент часу повна енергія дорівнюватиме

$$W = \frac{LI_0^2}{2}.$$

За один період втрата енергії в коливальному контурі є незначною, тому можна використати формулу Томсона для розрахунку періоду коливань, тобто $T = 2\pi \sqrt{LC}$. Тоді, порівнюючи струми, знаходимо відповідну втрату енергії:

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{I_{\text{д}}^2 R \cdot T}{\frac{LI_0^2}{2}} = \frac{\frac{I_0^2}{2} \cdot R \cdot 2\pi \sqrt{LC}}{\frac{LI_0^2}{2}} = 2\pi R \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

$$\frac{\Delta W}{W} = 2\pi \cdot 14\pi \cdot 5 \sqrt{\frac{10^{-6}}{40 \cdot 10^{-3}}} \cdot 100\% \approx 1,57\%.$$

Отже, розв'язок 2 виявився значно простішим, ніж розв'язок 1 і ми отримали еквівалентний результат, обмежившись лише знаннями курсу фізики загальноосвітньої школи.

Зрозуміло, що розв'язати фізичну задачу можна за допомогою декількох методів, що сумісні з перебігом розглядуваних фізичних процесів. Але вибір того чи іншого методу повинен бути обумовлений, насамперед, навчальною метою, що ставить перед собою вчитель або автор підручника чи посібника, необхідно враховувати рівень підготовки учня, за умов обмеження використання теоретичних фізичних методів змістом шкільного курсу фізики.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Гончаренко С.У. Фізика: Пробн. навч. посібник для 11-х кл. ліцеїв і гімназій природничо-наукового профілю. – К.: Освіта, 1995. – 448 с.
2. Гельфгат І.М. і ін. Збірник різнорівневих завдань для державної підсумкової атестації з фізики. – Харків: «Гімназія», 2003. – 80 с.
3. Піскунов С. Фізика – Швидко та без турбот. – Харків: Еврика, 2005. – 224 с.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

Подопригора Наталія Володимирівна – доцент кафедри фізики та методики її викладання КДПУ ім. В. Винниченка.

Наукові інтереси: проблеми дидактики фізики середньої і вищої школи.